Выведение формулы позиции вершины параболы на оси абсцисс через нули функции

Left

6 февраля 2026 г.

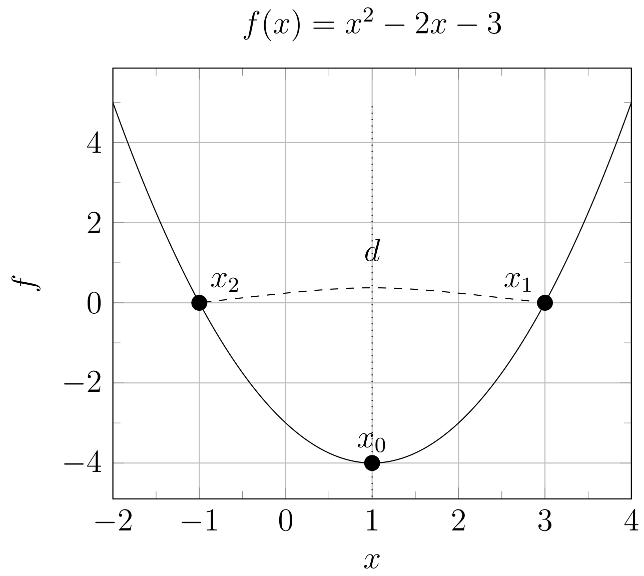

Рис. 1: Парабола

При построении графика квадратичной функции первым делом всегда необходимо найти координаты её вершины. Проще всего найти положение вершины на оси абсцисс (в дальнейшием x_0), после чего для нахождения положения на оси ординат найти значение $f(x_0)$, где f - квадратичная функция. В данном тексте я собираюсь вывести формулу нахождения x_0.

Для выведения формулы нам придётся принять за истину[1], что значение функции для аргументов, равноудалённых от x_0 равно. Иными словами можно сказать, что ветви параболы симметричны относительно оси симметрии(отмечена пунктиром на рис. 1). На языке формул это можно выразить следующим образом: $f(x_0 - n) = f(x_0 + n)$, где n - это расстояние от x до x_0.

Из факта симметрии ветвей параболы следует, что x_0 является серединой между двумя числами, которые при подстановке в f дают одинаковый результат. В качестве таких чисел мы будем использовать нули функции, т.к. они сразу сводятся квадратному уравнению и нам не придётся производить дополнительных преобразований.

$$f(x_1) = f(x_2) = 0$$

x_1 и x_2 являются корнями квадратного уравнения, поэтому их можно

[1]Возможно, есть способ доказать это утверждение, но на момент написания текста все мои рассуждения сводились к рекурсии доказательств

описать через дискриминант.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Следующее, что нам необходимо - это найти расстояние между x_1 и x_2(обозначено буквой d на рис. 1). Сделать мы это можем, вычев большее число из меньшего, в нашем случае $x_1 > x_2$, поэтому нам необходимо решить выражение $x_1 - x_2$.

$$x_1 - x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Обе дроби имеют одинаковый знаменатель, поэтому объединяем их в одну, не забыв, что минус относится ко всему числительному дроби.

$$\frac{-b + \sqrt{D} - (-b - \sqrt{D})}{2a} = \frac{-b + \sqrt{D} + b + \sqrt{D}}{2a}$$

$-b$ и b дают в результате 0, $\sqrt{D} + \sqrt{D}$ перепишем как $2\sqrt{D}$.

$$\frac{2\sqrt{D}}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{a}$$

Мы нашли значение переменной d, $\frac{d}{2}$ является расстоянием между x_0 и нулями функции.

Дело осталось за малым, нам необходимо вывести из координаты одной из точек и расстояния до x_0 значение x_0. Для этого можно произвести действие $x_1 - \frac{d}{2}$ или $x_2 + \frac{d}{2}$, я выберу последнее, т.к. существует возможность не уследить за знаками.

$$x_2 + \frac{d}{2} = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}$$

$$\frac{-b - \sqrt{D} + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b}{2a}$$

На этом выведение формулы окончено, $x_0 = \frac{-b}{2a}$.